الهندسات اللاإقليدية والمصادرة الخامسة

د. محمد يوسف الحجيري

شبكة الألوكة
www.alukah.net

www.alukah.net إهداء من شبكة الألوكة

الهندسات اللاإقليديّة والمصادرة الخامسة

محمد يوسف الحجيري

(الجامعة اللبنانيّة – فريق الدراسة والبحث في التراث العلمي العربي)

تهدف هذه الدراسة إلى ما يلي :

أوّلاً : إلى عرض لوحةٍ سريعة عن المحاولات الدؤوبة التي رمت إلى "إقامة الدليل على" مصادرة إقليدس الخامسة، مع التركيز على دور علماء الحقبة العربيّة، وبالأخصّ على دورَي كلٍّ من ابن الهيثم وعمر الخيّام.

ثانياً : إلى مناقشة بعض الأسباب الجوهريّة الكامنة وراء استمرار محاولة "إقامة الدليل" على مصادرة إقليدس الخامسة اكثر من ألفي عام.

ثالثاً : إلى تلمّس الأسباب التي أدّت إلى تزامن اكتشاف الهندسة الزائديّة القَطْع في القرن التاسع عشر على يد ثلاثةٍ من الرياضيّين، وبصورةٍ مستقلّة.

رابعاً : إلى تسليط بعض الضوء على الوضع الراهن لنظريّة الهندسات اللاإقليديّة، وعلى طبيعة وخصائص الكائنات الرياضيّة التي تمخضّت عنها الجهود الطويلة التي هدفت إلى حلّ معضلة المصادرة الخامسة.

١–توطئة

إنّ الخصائص المعرفيّة العامّة المرتبطة بأغلب النُظم الموضوعاتيّة للنظريّات الرياضيّة تدفع الباحثَ أكان رياضيّاً أو فيلسوفاً أو مؤرّخاً للعلم إلى طرح جملةٍ من الأسئلة، نُورد على سبيل المثال بعضَها:

١– ما مدى استقلاليّة الموضوعات والمصادرات[(١)] الأوّليّة عن بعضها البعض؟ وهل يمكن أن يُستنبطَ بعضُها من البعضِ الآخر بواسطة وسائل الاستنتاج المُعتمدة في النظام الموضوعاتيّ ذي الصلة؟

٢– هل يمكن، انطلاقاً من المصادرات الأوّليّة، وبواسطة قواعد الاستنباط، الوصولُ إلى حكمين متضادّين في النظريّة الهندسيّة الإقليديّة مثلاً؟

٣– هل من الممكن أن نستكملَ مجموعةَ الموضوعات والمصادرات الأوّليّة بمجموعةٍ أُخرى، مستقلّةٍ عن المجموعة القديمة وغير مناقضةٍ لها؟

---

(١) لا يوجد حتّى الآن تفسير حاسمٌ لاختيار تعبيرين مختلفين: موضوعات (Axiomes ou notions communes) و مصادرات (Postulats ou demandes) عند إقليدس. إنّ المعيار الذي اتّبعه إقليدس في التمييز بين الموضوعة والمصادرة غير مفهوم. وتجدر الإشارة إلى إن بعض المراجع تورد المصادرتين الرابعة والخامسة في لائحة الموضوعات، ولذلك يُحكى أحياناً عن الموضوعة الحادية عشرة عوضاً عن الكلام عن المصادرة الخامسة. ويميل البعض إلى الاعتقاد بأنّ المصادرات (أو المتطلبّات) تعني لدى إقليدس إمكانيّاتٍ مُسلّماً بها لبناء أو تركيب كائنٍ رياضيّ ما، كما في مصادرة إقليدس الأولى، حيث تعبّر هذه المصادرة عن إمكانيّة مدّ مستقيمٍ بين أيّ نقطتين. أمّا الموضوعة (أو المفهوم المشترك) فتعني لديه تعميماً مسلّماً به لاستعمال مبدأ رياضيٍّ ما ،كما في الموضوعة الأولى، حيث يجري تأكيد ما يلي : مقداران مساويان لمقدارٍ ثالثٍ مشتركٍ متساويان فيما بينهما[13 ,11] .

www.alukah.net إهداء من شبكة الألوكة

يمثّل حلُّ هذه المسائل موضوعاً معقّداً وصعباً، حيث ترتبط تلك الحلول من حيث الجوهر عضويّاً بدراسة المنطق الرياضي، ونظريّة البراهين والتضمّن المنطقي، ونظريّة النُظم المنطقيّة التشكيليّة[٢] ، ونظريّة غوديل (Gödel) في عدم الاكتمال المنطقيّ.

يتعلّق السؤال الأوّل كما هو واضح باستقلاليّة الموضوعات والمصادرات الأوليّة عن بعضها البعض. ويتعلّق السؤال الثاني بعدم تناقض النظريّة، الأمر الذي يقتضي بناء نموذجٍ يُسمّى عادةً "تأويلاً للنظريّة"، أما السؤال الثالث فمتعلّق بالاكتمال المنطقي الرياضيّ للنظريّة.

بالنسبة إلى هندسة إقليدس، قد حصل العلماء منذ فترة قصيرة نسبيّاً على بعض الأجوبة الشافية على الأسئلة الواردة أعلاه. وقد أدّى اكتشافُ الهندسات اللاإقليديّة وبرهانُ استقلاليّة مصادرة الخطوط المتوازية إلى تطوّرٍ كبير في هذا المجال على يد رياضيّي القرنين التاسع عشر والعشرين، الذين تمكّنوا من حلِّ معضلة المتوازيات التي شغلت العلماء والباحثين على مدى اكثر من عشرين قرناً. وقد ساهم في حلِّ هذه المعضلة مجموعةٌ كبيرة من العلماء عملوا عبر العصور، ومن بينهم علماء مشهورون في تاريخ العلم العربي كالنيريزي والجوهري وثابت بن قرّة وابن الهيثم (٩٨٠-١٠٤١)، ونصير الدين الطوسي(١٢٠١-١٢٧٤) وعمر الخيام(١٠٤٨-١١٣١) وغيرهم. أما بلورة الاكتشاف الذي أخرج العلماء والباحثين من دوامة المصادرة الخامسة فقد تمّت على يد لوباتشوفسكي(١٧٩٢-١٨٥٦) سنة ١٨٢٩ الذي اكتشف أوّل هندسة لاإقليديّة ذات انحناء سلبي وهي تحمل اسم مكتشفها، هندسة لوباتشوفسكي [1 1]، وقد عُرفت فيما بعد وفقاً لتسمية فيليكس كليين (Felix Klein) الهندسة زائديّة القطع، وتسمى أيضا الهندسة ذات الانحناء السلبي الثابت. لقد أثبتت الأبحاث اللاحقة أنّ بولاي وغاوس قد توصلا إلى اكتشاف الهندسة الزائديّة القطع بصورة متزامنة مع اكتشاف لوباتشوفسكي وباستقلالية عنه.

في سنة ١٨٥٤ اقترح ب. ريمان (Bernhard Riemann) في عمله المعنون [2] :"حول الفرضيّات التي تصلُح كأُسسٍ لعلم الهندسة" مدخلا جديدا لفهم العلاقة المتريّة يُعمِّم فيه مفهوم هذه العلاقة في الحالة الإقليديّة. فبدلاً من تعريف المتريّة وفقاً للعلاقة المعروفة في الفضاء الإقليدي والتي تكتب كما يلي:

$$ds^2 = (dx_1)^2 + \ldots + (dx_n)^2$$

فقد اقترح العلاقة المتريّة المُعمِّمة التالية:

$$ds^2 = \sum_{i,j=1}^{n} g_{ij} dx_i dx_j$$

[٢] تجدر الإشارة إلى أنّ إقليدس على الرغم من عمله الضخم لم يحلّ معضلة التشكيل المنطقي وتركيب المنظومة الهندسية بالشكل الذي يشفي غليل أبناء القرن العشرين وهذا أمر طبيعي ولكن الشوائب التي تتضمنتها "منظومته الهندسية" حيث يعود أحيانا إلى الحدث والتصور البديهي قابلة للإصلاح وهذا ما بُرهن بالفعل لاحقاً، حيث تمكّن هيلبرت (David Hilbert 1862-1943) وفيل (Hermann Weyl 1885-1955) من الحلّ المنطقي التشكيلي لمنظومة الهندسة الإقليدية.

www.alukah.net إهداء من شبكة الألوكة

حيث ترمز g إلى شكلٍ تربيعيّ اختياريّ معرّف إيجابيّ. وقد كانت هذه المقاربة المقترحة من قبل ريمان مرتبطةً أصلاً بإشكاليّة المصادرة الثانية لدى إقليدس والقائلة بإمكانيّة مدّ المستقيم المنتهي إلى ما لا نهاية وفقاً لاتجاهه . فكيف يمكن أن تُفهم هنا كلمة "إلى ما لا نهاية ". يقول ريمان بهذا الخصوص : " تعلّمنا الملاحظة وبيقين كبير أنّ الفضاء الحقيقي ليس غير منتهٍ بل هو غير محدود". وقد أدّت أبحاث ريمان إلى ظهور الهندسة الاهليلجيّة حيث تنتفي مصادرة التوازي الإقليديّة لعدم وجود الخطوط المستقيمة المتوازية في هذه الهندسة. وفي هذه الهندسة تكون المسافات محدودةً (أي أنّ مصادرة إقليدس الثانية غير قائمة)، ومجموع زوايا المثلّث يتجاوز زاويتين قائمتين. وتُعرف هذه الهندسة باسم ريمان أو وفقا لتسمية فيليكس كليين، هندسة إهليلجيّة أو ناقصيّة القطع، وتسمى أيضا الهندسة ذات الانحناء الإيجابي.

اكتملت في وقتنا الراهن صورة الهندسات اللاإقليديّة والإقليديّة (والتي سمّاها كليين الهندسة مكافئة القطع وفيها يكون الانحناء مساويا لصفر) وعُمّمت وأصبحت مع فيليكس كليين حالات خاصّة ممّا يُسمّى" هندسة الأشكال المتناظرة ثنائيّة الخطيّة ذات التأشيرة $(1, n-1)$ في الفضاء الإسقاطي ذي الأبعاد n . ومن الواضح أنّ هذه الصورة البالغة التجريد تلفت بشموليتها الانتباه إلى أمرين:

١- إنّ هذه النظرة التجريديّة للكائنات الهندسيّة المُكتشفَة تُخفي إلى حدٍّ كبير المسارَ التاريخيَّ الكامن وراء اكتمال هذه النظريّة الرياضيّة وبلورتها، كما أنّها ربّما تطمس بشكلٍ ما معالم الجهود المضنية التي بُذلت على مدى ما يزيد عن الفي سنة للوصول إلى ما تمّ الوصول إليه. وهذا الأمر معروف جيداً في تاريخ العلوم، فطالب رياضيّات عاديّ في وقتنا الحالي يستطيع ببساطة ودون عناء كبير أن يحلّ معادلة جبريّة من الدرجة الثالثة دون أن يدري أنّ وصول البشريّة إلى طريقة الحلّ هذه قد تتطلّب ألوف السنين!.

٢- إن هذه النظرة موحِّدة، إذ إنها تؤكّد وحدة النُظم الهندسيّة الثلاثة المكافئة والزائديّة والناقصيّة القطع، وهذا يعني أنّ الهندسات اللاإقليديّة لا تنفي أبداً هندسة إقليدس بل تعمّمها وهذا الأمر كان بمثابة ردّ حاسم على مجموعة كبيرة من الفلاسفة والرياضيين الذين رفضوا فكرة الهندسات اللاإقليديّة وكانت حججهم تتمحور حول عدم مطابقة الهندسات المذكورة للفضاء الحقيقي الملموس الذي يمكن التعبير عن هندسته من وجهة نظرهم بواسطة الهندسة الإقليديّة لا غير.

www.alukah.net إهداء من شبكة الألوكة

٢-مراحل تطور الهندسات اللاإقليديّة عبر العصور		
٣٠٠ ق.م.	إقليدس	كتاب *الأصول*
٢٠٠ ق.م. -٦٠٠	المفسرون الباحثون اليونانيون	
٨٠٠ -١٤٠٠	المترجمون+الشارحون+الباحثون العرب	
١٥٠٠ -١٧٠٠	المترجمون+الشارحون+الباحثون الأوروبيون	

١٧٠٠-١٨٢٣	**الرواد الأوروبيون الأوائل**	
١٧٣٣	ساكيري	إقليدس منقّح من الشوائب
١٧٦٦	لامبرت	نظريّة المتوازيات
١٧٩٤-١٨٢٣	ليجاندر	اصول الهندسة

	المؤسسون للهندسات الإقليديّة	
١٨٢٩	لوباتشيفسكي	حول مبادئ الهندسة
١٩٣١	غوس	مراسلات
١٩٣٢	بولاي	حول العلم المطلق للفضاء

	النتائج النهائيّة والتعميم	
١٨٥٤	ريمان	حول الفرضيات التي تصلُح كأسس لعلم الهندسة
١٨٧٢	كلين	برنامج إيرلنجن
١٨٩٩	هيلبرت	أسس الهندسة

www.alukah.net إهداء من شبكة الألوكة

الهندسة في أصول إقليدس

يحتوي مؤلف إقليدس "الأصول" على ثلاثة عشر كتابا. يبدأ كلّ كتاب منها بتحديدات المفاهيم الأساسيّة ثم يعرض الموضوعات والمصادرات، وينتقل بعدها إلى القضايا والمبرهنات. تعالج الكتب الستة الأوَل الهندسة المستوية، وتتناول الكتب الحادي عشر والثاني عشر والثالث عشر الهندسة الفضائيّة. يحتوي مثلاً الكتاب الأول من أصول إقليدس ثلاثة وعشرين تحديدا علاوة على تسع موضوعات وست مصادرات وهي تشكل أساس الهندسة الإقليديّة وذلك إضافة إلى مجموعة من المبرهنات المتعلقة بمفهوم التوازي.

التحاديد : يبدأ الكتاب الأول لإقليدس بعرض ثلاثة وعشرين تحديدا ، سوف نستعرض بعضها :

١- النقطة هي ما ليس له أجزاء.

٢- الخط هو طول دون عرض.

٣- أطراف الخط هي نقاط.

٤- الخطّ المستقيم هو قائم بالتساوي على نقاطه.

٥- السطح هو ما ليس له غير الطول والعرض.

٦- أطراف السطح هي خطوط.

٧- السطح المستوي هو سطح قائم بالتساوي على كل خطوطه المستقيمة.

...

٢٣- المتوازيان هما خطان مستقيمان موجودان في نفس السطح المستوي، عند مدِّهما إلى ما لانهاية من جهة ومن أُخرى فإنّهما لا يلتقيان لا من جهةٍ ولا من أُخرى [13] .

لا شك بأن هذه التحديدات تأتي من تصوّر أكيد للفضاء الملموس وأشيائه فإنّها تستعمل مفاهيم تعتبرها أوّليّة في حين أنّ هذه المفاهيم تفتقر إلى التحديد الدقيق أيضا. ولذلك فإنّ هذه التحاديد ليست فعليّة بالمعنى المطلق، إنّما ترتكز على الحدس وتعبّر في الواقع عن "وصفٍ" لكائنات هندسيّة.

الموضوعات(أو المفاهيم المشتركة) :

١- المقادير المساوية لمقدار مشترك متساوية فيما بينها.

٢- إن إضافة مقادير متساوية إلى مقادير متساوية أُخرى يؤدي إلى الحصول على مقادير متساوية.

٣- إن اقتطاع مقادير متساوية من مقادير متساوية أخرى يؤدي إلى الحصول على مقادير متساوية.

٤- إن إضافة مقادير متساوية إلى مقادير غير متساوية يؤدي إلى الحصول على مقادير غير متساوية.

www.alukah.net إهداء من شبكة الألوكة

٥- إن اقتطاع مقادير متساوية من مقادير غير متساوية يؤدي إلى الحصول على مقادير غير متساوية.

٦- المقادير التي تمثّل ضعفي مقدارٍ ما تكون متساوية فيما بينها.

٧- المقادير التي تمثل أنصافاً لمقدار ما تكون متساوية فيما بينها.

٨- المقادير التي تتطابق فيما بينها متساوية.

٩- الكل اكبر من الجزء.

مصادرات إقليدس

المصادرة الأولى : من كلّ نقطة يمكن أن يُمدَّ مستقيمٌ إلى أيّ نقطة ثانية.

المصادرة الثانية : كلّ مستقيم قابلٌ للمدّ إلى ما لا نهاية.

المصادرة الثالثة : على أيّ نقطةٍ كانت وبأيّ بُعد كان يُمكن إدارة (رسم) دائرة.

المصادرة الرابعة : كل الزوايا القائمة متساوية فيما بينها.

المصادرة الخامسة : إذا قطع مستقيمٌ مستقيمين وكانت الزاويتان الداخليّتان على جهةٍ واحدة من القاطع اقلَّ من زاويتين قائمتين إذا جُمعتا، فإذا أُخرج المستقيمان بغير حدٍّ يلتقيان في الجهة التي يكون فيها مجموع الزاويتين اقلَّ من زاويتين قائمتين.

ملاحظات عن المصادرة الخامسة

يُجمع مؤرّخو الرياضيات على أنّ الأبحاث حول نظريّة المتوازيات التي تمحورت بالحقيقة حول "محاولة برهان" مصادرة إقليدس، قد لعبت دورا هامّا واستثنائيا في تاريخ الهندسة. وإن التعقيد الذي رافق صياغة هذه المصادرة بالمقارنة مع نظيراتها ربما يدلّ على أنها قد أضيفت إلى الأخريات في وقت متأخّر، ومهما يكن، فإنّ هذه المصادرة أو أيّ نصّ مكافئٍ لها، يبقيان ضروريّين لبرهان عدد من القضايا الخاصّة بالمثلثات الموجودة في الكتاب الأول من الأصول، ويندرج هذا الأمر على مبرهنة فيثاغورس التي تتوج هذا الجزء من مؤلّف الأصول. ويبدو أنّ أسلاف إقليدس أنفسهم قد بحثوا وفق بعض المعطيات، في القرن الرابع قبل الميلاد، عن مصادرة اكثر بساطة لتشكل القاعدة لنظريّة المتوازيات. ويمكننا الاعتقاد، وفق ما ذكره أرسطو، أنه في ايامه، وحتى قبل ذلك، سعى علماء إلى إقامة الدليل على هذه، أو تلك، من القضايا المكافئة للمصادرة الخامسة. وليس مستبعداً أن يكون أرسطو نفسه قد قدّم عرضا خاصا لإحدى هذه القضايا [3].

كما نرى تملك المصادرة الخامسة تاريخاً حافلاً ، فلقد حاول الرياضيون على مدى اكثر من ٢٤٠٠ سنة تقريباً إثباتها استناداً إلى المصادرات الأربع الأُوَل . ومن الملفت للنظر:

www.alukah.net إهداء من شبكة الألوكة

أولاً. أنّه إذا فرضنا أحاديّة المستقيم الوارد ذكره في المصادرة الأولى تصبح المصادرة الرابعة غير ضروريّة أي أنّها تصبح قضيّة قابلة للاستنباط استناداً إلى باقي المصادرات.

ثانياً. إنّ إقليدس نفسه قد برهن أوّل ثمانٍ وعشرين قضيّة من هندسته دون استعمال المصادرة الخامسة.

ثالثاً. صعوبة المصادرة الخامسة بالمقارنة مع بساطة المصادرات الأخرى.

لقد دفعت الملاحظتان الأولى والثالثة الرياضيين على ما يبدو إلى الشكّ في أن المصادرة الخامسة هي في واقع الأمر قضيّة، أي أنها قابلة للبرهان استناداً إلى المصادرات الأخرى. أما الملاحظة الثانية فإنما توحي وكأنّ إقليدس نفسه كان يشكّ في هذا الأمر وحاول أن يتجنّب استعمال المصادرة الخامسة على أمل الخروج من حالة الشكّ بجلاء الأمر بشكل ما. لقد دفعت هذه الأمور كما يعتقد البعض من جاء بعد إقليدس إلى محاولة برهان المصادرة الخامسة ولكن كلّ المحاولات باءت بالفشل! فإذا تغاضينا عن الأخطاء المرتكبة أثناء البراهين وحلّلنا المحاولات المذكورة فسوف نجد أن اكثر من عملوا في هذا الأمر قد كانوا ضحيّة الوقوع في فخّ ما يُعرف في علم المنطق باسم "المصادرة على المطلوب"، حيث قد استعملوا بشكل ما (بصورة غير منظورةٍ منهم) أحكاما تعادل من وجهة النظر المنطقيّة المصادرة الخامسة لإقليدس. لنستعرض بعض الأحكام المعادلة للمصادرة الخامسة:

١- يمر عبر نقطة خارجة عن مستقيمٍ معلوم مستقيمٌ واحدٌ لا غير يوازي المستقيمَ المعلوم (اقليدس).

٢- المستقيمُ المتعامدُ والمستقيمُ المائلُ على قاطعٍ مشترك يتقاطعان.(الطوسي-ساكيري)

٣- يوجد مثلثات متشابهة غير متساوية (ساكيري).

٤- يوجد مثلثٌ له مِساحة اختياريّة مهما كانت هذه المساحة (غوس)

٥- يوجد مثلثٌ مجموع زواياه الداخليّة مساوٍ لزاويتين قائمتين(ساكيري).

٦- مجموع زوايا رباعي الأضلاع يساوي أربع زوايا قائمة(ساكيري).

٧- التوازي هو علاقة ثنائية تعرّف خاصّيتَي التعدّي والتماثل (إقليدس).

٨- عبر كل نقطة موجودة داخل زاوية يمرّ مستقيمٌ يقطع جانبَي الزاوية المذكورة (الجوهري-ليجندر).

٩- المستقيمان المتوازيان يتباعدان عن بعضهما البعض بالتساوي (بوسيدون-ابن الهيثم).

١٠- المسافة بين خطين مستقيمين متوازين محدودة (بروكلس-ابن الهيثم).

١١- منصّف وتر المثلث القائم الزاوية يساوي نصف الوتر (الجوهري).

١٢- مستقيمان متقاطعان لا يمكن أن يكونا موازيين لنفس الخط المستقيم (ابن الهيثم)

١٣- إذا قطع مستقيمٌ أحد مستقيمين متوازيين فإنه يقطع الآخر ايضا(بروكلس)

١٤- الزاوية القائمة تحاط بنصف دائرة .(طاليس)

١٥- المكان الهندسي للنقاط المتباعدة بالتساوي عن مستقيم ما والموجودة من نفس الجهة من المستقيم المذكور يشكل مستقيما موازيا.(بوسيدون-ابن الهيثم)...

...

www.alukah.net إهداء من شبكة الألوكة

٣-بعض «براهين» المصادرة الخامسة

١- محاولات الشارحين والباحثين اليونانيين الذين أتوا بعد إقليدس

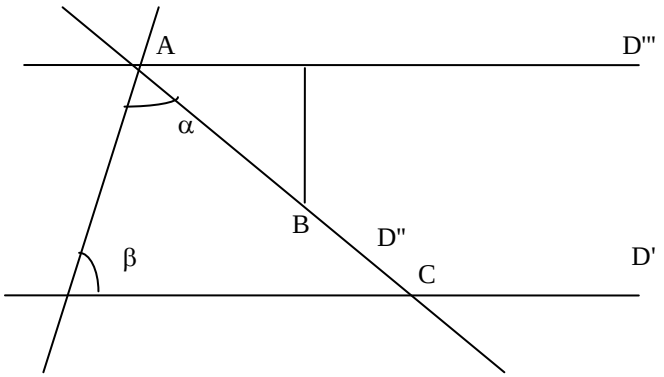
محاولة بوسيدون (القرن الأول قبل الميلاد)

لقد اقترح بوسيدون [6,13] تعريفاً جديداً للمستقيمات المتوازية: فقد اعتبر مستقيمين موجودين في مستوٍ واحد متوازيين إذا كانت المسافات بين كل نقاط الأول والمستقيم الثاني متساوية. وعندها يصبح بمقدورنا أن نبرهن مصادرة إقليدس الخامسة. ولكن هذا التحديد يحتوي بشكل غير مرئي على الافتراض التالي: كل نقاط المسطح الذي يحتوي على المستقيم والمتباعدة عن هذا المستقيم بنفس المسافة والواقعة منه من نفس الجهة تشكل مستقيماً. وبذلك يكون بوسيدون لم يبرهن المصادرة الخامسة إنما استبدلها بأخرى اكثر غموضاً وقد بقي موضوع التحديد الذي اقترحه بوسيدون مفتوحاً.

محاولات بروكلس(٤١٠-٤٨٥)

لقد حاول بروكلس[6, 13] في مؤلفه " **شروحات الكتاب الأول من أصول إقليدس**" أن يبرهن المصادرة الخامسة انطلاقا من المصادرات الأخرى. وذلك استنادا إلى ما قام به إقليدس بالذات حيث برهن (الحكم ١٧): "إنّ مجموع زاويتين اختياريتين من أي مثلث كان، يكون دائما اقل من قائمتين".

وقد حاول بروكلس في واقع الأمر أن يبرهن الحكم العكسي :



رسم (١)

"لنفرض كما هو مبين على الرسم(١) أنّ : $\alpha + \beta < 2d$، أي أنّ مجموع الزاويتين اقلّ من قائمتين. لنبرهن أن 'D يقطع "D. لنُخرج من النقطة A مستقيماً '''D موازياً لِ 'D ولنختر على "D نقطة B ونُخرج منها

www.alukah.net إهداء من شبكة الألوكة

مستقيماً عمودياً على "D. عندما تبتعد النقطة B عن النقطة A فان المسافة منها إلى "D تتزايد في حين أنّ المسافة بين الخطين المتوازيين 'D و "D ثابتة ولذلك فإنّ "D يقطع حتماً المستقيم 'D على نقطة تقاطع C."

نلاحظ هنا أنّ بروكلس قد ارتكز في برهانه بشكل واضح على الموضوعة التالية: " إذا مُد المستقيمان المكوِّنان لزاوية ما إلى ما لا نهاية فإنّ المسافة بين النقاط على ضلعيها تصبح أكبر من أيّ مقدار منته مُنتقى مُسبقاً".

كما أنّه قد ارتكز ولكن بشكل شبه خفي على الموضوعة التالية: " المسافة بين متوازيين محدودة"

وبذلك فإن بروكلس يستخدم بشكل مبطّن خصائص إقليديّة فالموضوعة الأولى في الواقع تستبعد إمكانيّة الهندسة الاهليلجيّة بينما تستبعد الثانية الهندسة زائديّة القطع وبذلك لا يبقى إلا إمكانيّة الهندسة الإقليديّة. إنّها مجرّد "مصادرة على المطلوب"!!

ب- محاولات الشارحين والباحثين العرب

يقول روزنفيلد ويوشكيقيتش [13] :" وفي الشرق العربي، يبدو أن عباس الجوهري، وهو معاصر للخوارزمي، كان أول من سجل مأخذا على المصادرة الخامسة. ففي كتابه : " إصلاح لكتاب الأصول " افترض عباس الجوهري أنّه بالإمكان دائماً، عبر نقطة موجودة داخل الزاوية، إخراج خطٍّ مستقيم يقطع ضلعي الزاوية. وفيما بعد، استعان عدة هندسيين بهذه الفرضيّة لإقامة الدليل على المصادرة الخامسة. والواقع أن هذه الفرضيّة مكافئة هندسيّا للمصادرة الخامسة"

يزخر تاريخ العلم العربي بمجموعة كبيرة من العلماء الذين عملوا على مصادرة إقليدس وحاولوا برهانها،

" بعد الجوهري ببضع عشرات من السنين اقترح ثابت بن قرة برهانين مختلفين للمصادرة الخامسة. نجد أحد البرهانين في مؤلفه : "كتاب في أنه إذا وقع خط مستقيم على خطين مستقيمين فصيّر الزاويتين اللتين في جهة واحدة اقلّ من قائمتين فإنّ الخطين إذا أُخرجا في تلك الجهة التقيا". ونجد البرهان الآخر في كتابه: "مقالة في أنّ الخطين إذا أُخرجا إلى زاويتين اقلّ من القائمتين التقيا." (الكلام لروزنفيلد و يوشكيقيتش [13])

وبعد ثابت بن قرة عمل علماء كُثر على المصادرة الخامسة ومن أبرزهم : ابن الهيثم (٩٥٠-١٠٤٠) وعمر الخيام(١٠٤٨-١١٣١) ونصير الدين الطوسي(١٢٠١-١٢٧٤) وسوف نتوقف عند بعض ما قام به ابن الهيثم وعمر الخيام.

محاولة ابن الهيثم(٩٥٠-١٠٤٠)

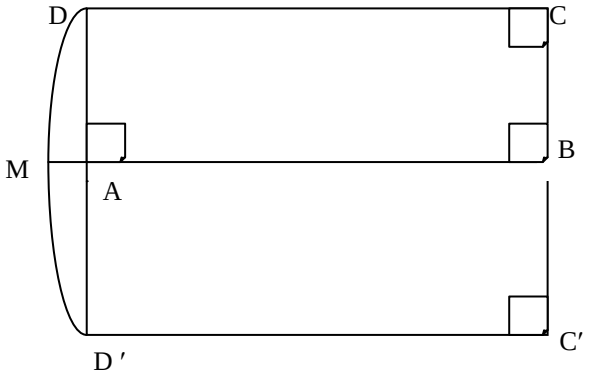
يتبنى ابن الهيثم في مؤلفه " شرح مصادرات إقليدس" مفهوم "الحركة البسيطة" الذي ارتكزت عليه دراسة ثابت بن قرة. ويبرهن أن"المكان الهندسي-باللغة المعاصرة" لطرف الخط العمودي الذي يبقى طرفه الآخر على نفس الخط، يمثل خطا مستقيما.

www.alukah.net إهداء من شبكة الألوكة

و"لكن تجديد ابن الهيثم الفعلي مرتبط بإدخاله لرباعي أضلاع فيه ثلاث زوايا قائمة وقد استخدم لامبرت مثل هذا المضلع الرباعي فيما بعد في محاولة لبرهان المصادرة الخامسة"(الكلام لروزنفيلد و يوشكيفيتش [13]

لقد حاول كلّ من ابن الهيثم والخيام والطوسي على ما يبدو أن يبرهنوا القضيّة التاسعة والعشرين دون الرجوع إلى المصادرة الخامسة وهذا الأمر قد استدعى إدخال رباعي أضلاع اختلفت خصائصه من حالة إلى أخرى. لنستعرض بعض ما قام به ابن الهيثم:

يأخذ ابن الهيثم رباعي أضلاع ABCD له ثلاث زوايا قائمة A, B, C، ويحاول أن يبرهن أن الزاوية الرابعة قائمة أيضا.



يبرهن ابن الهيثم أولا إن

$$DC = AB$$

لنفرض إن C′ و D′ هما النقطتان المناظرتان لـ A و B بالنسبة إلى لمستقيم (AB). عندما تتحرك القطعة [D′C′] محافظة على تعامدها على المستقيم (C′C) تبقى النقطة C′ على القطعة [C′C] ، وتأتى القطعة [C′D′] لتتطابق مع [CD] عندما تصبح النقطة C′ فوق C كما إنها تتطابق مع [BM] عندما تكون C′ فوق B. في هذه الحالة تتحرك النقطة D′ على خط مستقيم الأمر الذي يعني إن النقاط الثلاث M, D′ و D موجودة على نفس المستقيم ولكن من جهة اخرى النقاط الثلاث D′ , A و D موجودة على نفس المستقيم أيضا فإذاً النقطة A هي النقطة M. ولذلك فان

$$DC = AB$$

ومن ثم يستنتج ابن الهيثم بالمقارنة مع ما ورد من برهان أنّ

$$AD = BC$$

وهكذا فان المثلثين ACD و CAB متساويان لان كل أضلعهما متساوية وبالتالي فان الزاوية D مساوية للزاوية B أي إنها زاوية قائمة.

يستعمل ابن الهيثم هنا "المصادرة" التي سبق وذكرناها عن "الحركة البسيطة": " يرسم طرف الخط المستقيم العمودي الذي يبقى طرفه الآخر على نفس الخط خطا مستقيما". وهذه الفرضيّة في واقع الأمر خاصيّة إقليديّة معادلة للمصادرة الخامسة.

www.alukah.net إهداء من شبكة الألوكة

وقد اقترح ابن الهيثم في مؤلفه: "كتاب حل شكوك إقليدس في الأصول" "مصادرة" مكافئة للمصادرة الخامسة واكثر بساطة منها: " لا يمكن لمستقيمين متقاطعين أن يكونا موازيين لنفس المستقيم".

من الواضح إن هذه "المصادرة" معادلة لحكم بروكلس الذي سبق أوردناه والذي يمكن التعبير عنه كما يلي:

" إذا قطع مستقيم ما أحد المستقيمين المتوازيين فانه يقطع الآخر".

لا نود ان نحمل نتائج ابن الهيثم اكثر مما تحتمل ولكننا نلفت النظر الى الامور التالية:

١"- ان مصادرة ابن الهيثم المبنيّة على "الحركة البسيطة" تحد من ضرورة التعاطي مع مفهوم اللانهاية الذي غالبا ما نصادفه عند رياضيين آخرين عملوا على حل إشكاليّة المصادرة الخامسة.

٢"- ان طريقة ابن الهيثم في البرهان تلامس مفهوم الانسحاب الخطي الذي يمثل حالة بسيطة وخاصة من التحويلات الإقليديّة

محاولة عمر الخيام(١٠٤٨-١١٢٣)

لقد برهن خليل جاويش أنّ أحكام ساكيري الأربعة الأولى مطابقة للأحكام التي وردت عند الخيام في مؤلفه " شرح ما اشكل من مصادرات كتاب إقليدس"وان الحجج المستعملة في الحكم الثالث تعود إلى الخيام قبل سكيري. من المعروف أنّ عمر الخيام قد رفض قطعيا مفهوم "الحركة البسيطة" الذي استُعمل في براهين من سبقه وانه قد انتقد برهان ابن الهيثم. وأكثر من ذلك فإنّه أكّد أن المنظومة الهندسيّة الإقليديّة ناقصة ومن الضروري إضافة المصادرتين التاليتين:

١"- المقادير تُقسم إلى ما لانهاية وهي غير مكونة من جزيئات غير قابلة للقسمة"

٢"- "المستقيمان المتقاطعان ينفرجان ويتباعدان بابتعادهما عن راس زاوية تقاطعهما"

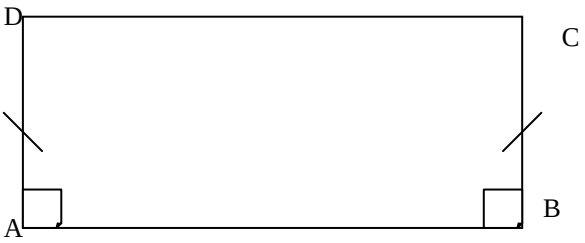
وقد ردّ عمر الخيام في مؤلفه " شرح ما أشكل من مصادرات كتاب إقليدس" أسباب الخطأ الذي وقع فيه علماء لاحقون في برهان المصادرة الخامسة إلى عدم التزامهم بمبادئ أسطو وقد عدد الخيام هذه المبادئ:

(١) يمكن تقسيم المقادير إلى مالا نهاية أي أنها لا تقسم إلى أجزاء لا انقساميّة؛ (٢) يمكن رسم مستقيم الى ما لا نهاية؛ (٣) المستقيمان المتقاطعان ينفرجان ويتباعدان بابتعادهما عن راس زاوية تقاطعهما؛ (٤)المستقيمان المتقاربان يتقاطعان ومن غير الممكن لمستقيمين متقاربين أن يتباعدا في نفس اتجاه تقاربهما؛ (٥) يمكن مضاعفة المقدار الأصغر من بين مقدارين غير متساويين ومحدودين بحيث يتجاوز المقدار الحاصلُ المقدارَ الأكبرَ.

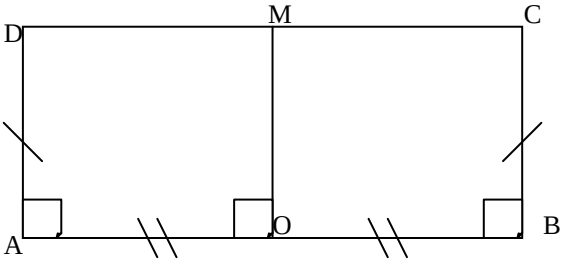
بهدف برهان القضيّة التاسعة والعشرين دون استخدام المصادرة الخامسة، قام عمر الخيام بدراسة رباعي أضلاع ABCD حيث الجانبان [BC] و [AD] عموديان على [AB] ومتساويان فيما بينهما وقد هدف ان يبيّن أنّ الزاويتين C و D قائمتان. لقد برهن الخيام القضايا التالية:

القضيّة-١ : لنفرض أن القطعتين [BC] و [AD] عموديتان على [AB] ومتساويتان. فإذا الزاوية C والزاوية D متساويتان.

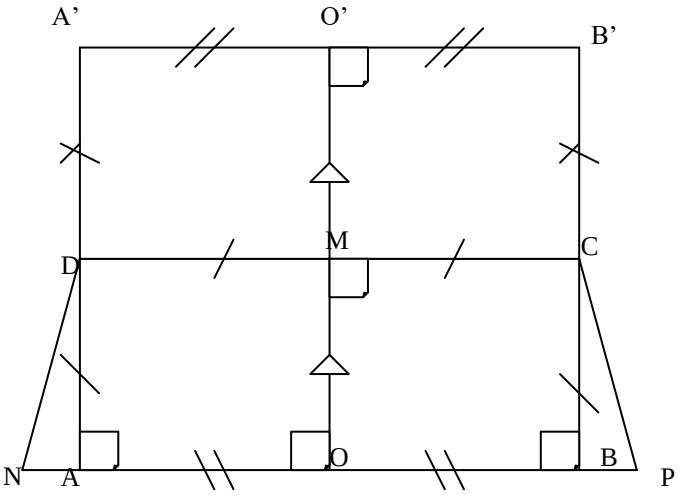
www.alukah.net إهداء من شبكة الألوكة



القضيّة –٢ :لنفرض أن ABCD كما في القضيّة –١ ولنفرض أيضا أن O هي وسط القطعة [AB] وان [OM] عمودي على [AB] على النقطة O . فإذا [MD]= [CM] و [OM] عمودي على [CD]



القضيّة –٣ : إذا توفرت شروط القضيّة –٢ تكون الزاويتين C و D قائمتين.



تُبرهن القضيتان ١ و٢ ببساطة ودون استعمال المصادرة الخامسة فبلغةٍ حديثة يُقال (OM) عمود منصّف لـ [AB] وإنّ التماثل العمودي بالنسبة إلى (OM) يُحوّل [BC] إلى [AD] وبالتالي يُحوّل C إلى D.

www.alukah.net إهداء من شبكة الألوكة

لنستعرض كيف يبرهن الخيام القضيّة –٣ : يبدأ بمدّ [OM] بطول مساو: MO′= OM ويرسم المستقيم العمودي على OO′ على النقطة O′. يقطع هذا المستقيم (BC) و (AD) بالنقطتين B′ و A′. ويبرهن العلاقة CB′=DA′ ومنها ومما سبق يستنتج العلاقة A′O′ = O′B′.

ويطرح عمر الخيام عندها الفرضيّة التالية: الزاويتان المتساويتان BCD و ADC حادتان ومن ثم يفترض انهما منفرجتان وفي الحالتين يصل إلى تناقض، الأمر الذي يجعله يستنتج أن الزاويتين BCD و ADC قائمتان. لنتناول فرضيّة الزاوية الحادة. بواسطة "الدوران حول (C D)" أي التماثل العمودي يُؤتى ب [MO′] إلى [MO] و ب (A′B′) إلى (AB) وبالقطعة [A′B′] إلى القطعة [PN]. الزاوية B′C M هي اكبر من الزاوية الحادة BC M والطول A′B′ يساوي PN ولكنه اكبر من AB . وهكذا لاحظ الخيام أن المستقيمين(BC) و (AD) العموديين على (AB) يتباعدان من جهة من (AB) ولكن وفقا لحجة التماثل فانهما سيتباعدان أيضا من الجهة الأخرى.

وبنفس الطريقة، إذا كانت الزاويتان BCD و ADC منفرجتين يمكن أن نبرهن أن الطول A′B′ اكبر من AB ولذلك فان المستقيمان (BC) و (AD) سيتقاربان من جهة ومن الأخرى من (AB).

ويستنتج عمر الخيام أن الزاويتان C و D قائمتين لان الحالتين الحادة والمنفرجة تقودان إلى تناقض مع الفكرة القائلة: "لا يمكن لمستقيمين أن يتباعدا الواحد عن الآخر من جهتين معا ولا أن يتقاربا من جهتين معا.

من الملاحظ أن الخيام قد استعمل في برهانه عدا عن الفكرة السابقة وجود النقطتين B′ و A′ وهذا الأمر يصبح مبررا إذا اعتبرنا أن المسافة بين متوازيين لا تتغير.

تجدر الإشارة إلى أن مجموعة كبيرة من العلماء العرب غير الخيام وابن الهيثم قد عملوا على حل إشكاليّة المصادرة الخامسة ومنهم البيروني والكندي وحسام الدين السالار(١٢٦٢ م) وغيرهم ولكن أشهرهم هو نصير الدين الطوسي "الذي اعمل فكره في الخطوط المتوازية وذلك من خلال عملين، الأول : "الرسالة الشافية عن شك في الخطوط المتوازية" المكرس خصيصا لهذه النظرية، والثاني: شرح إقليدس، وهذا الأخير هو في الحقيقة عرض لِ أصول إقليدس مع زيادات مهمة عائدة للمؤلف. وفي كل من المؤلفين استخدم الطوسي، كالخيام، رباعي أضلاع ساكيري ودرس الفرضيات الثلاثة المتعلقة بزواياه العليا". "(الكلام لروزنفيلد و يوشكيقيتش [13])

يقول روزنفيلد و يوشكيقيتش [13] : " من خلال أعمالهم في نظريّة المتوازيات، مارس علماء الرياضيات العرب تأثيرا مباشرا على أعمال نظرائهم الأوروبيين في الميدان نفسه. فبمراجعتهم كتاب المناظر لابن الهيثم، قام العالم البولوني ويتلو(Witelo) في القرن الثالث عشر بالمحاولة الأوروبيّة الأولى لبرهنة مصادرة المتوازيات، وهذه المحاولة مستوحاة من دون شك من مصادر عربيّة. وفي القرن الرابع عشر، أعطى ليفي بن جرسون والفونسو الاسباني، براهين تصب مباشرة في سياق براهين ابن الهيثم، وقد سبق أن أشرنا إلى أن شرح إقليدس المنسوب زعما إلى الطوسي قد نشط دراسات ج. واليس وج. ساكيري المتعلقة بنظريّة المتوازيات. ولا شك في ان التطابق في طرح

www.alukah.net إهداء من شبكة الألوكة

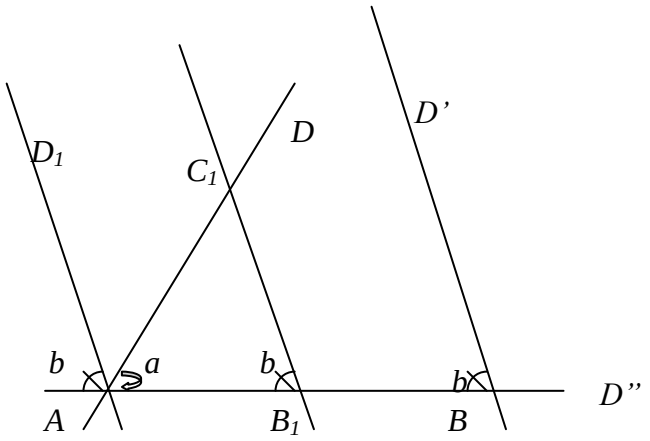
الفرضيات المتعلقة بزوايا رباعي الأضلاع التي طرحها العلماء الشرقيون في القرون الوسطى من جهة، وكما طرحها ساكيري ولامبرت من جهة أخرى، هو تطابق له دلالته كما إن له أهميته البالغة.".

ج- محاولات المترجمين والشارحين والباحثين الأوروبيين

محاولة واليس(WALLIS ١٦١٦-١٧٠٣)

لقد طرح واليس الموضوعة التالية : يوجد لكل شكل هندسي شكل آخر ذو حجم اختياري يكون متشابه معه" لنستعرض برهانه:

لنفرض إن المستقيمين D و D' يقطعان المستقيم D'' بالنقطتين A و B ولنفرض أن مجموع الزاويتين الداخليتين a و b اقل من قائمتين. لنبرهن إن D و D' يتقاطعان. لنرسم من النقطة A مستقيما D_1 بشكل أن يشكل المستقيمان D_1 و D' مع المستقيم D'' زوايا مشاركة متساوية. من الواضح إن الخط D_1 موجود داخل الزاوية المجاورة للزاوية a .



لنحرك المستقيم D' بشكل متصل على طول القطعة $[AB]$ على أن نبقى الزاوية المكونة من هذا المستقيم ومنD'' مساوية دائما ل b. قبل أن يحتل المستقيم موضعه النهائي D_1 فانه بالضرورة يجب أن يقطع المستقيم D وهذا التقاطع يحدد مثلثا AB_1C_1 حيث تساوي الزاويتان في النقطتين A و B_1 تباعا a و b.

لنرسم الآن على القطعة $[AB]$ مثلثا ABC متشابها مع AB_1C_1. سنرى أن المستقيمين D و D' يتقاطعان بالنقطة C.

في واقع الأمر لقد استعمل واليس موضوعة ابسط من الموضوعة سابقة الذكر وهي :

www.alukah.net إهداء من شبكة الألوكة

"على قطعة معطاة، بمقدورنا أن نرسم مثلثا مشابها لمثلث معطي" ومن الملاحظ أيضا إن أسلوب البرهان عند والس مشابه لطرق ابن الهيثم من حيث استعمال الحركة البسيطة. وذلك مع العلم إن موضوعة التشابه هي على ما يبدو فكرة واليس وليس غيره إذ إنها لم تُصادف سابقا لدى المعلقين على إقليدس.

لقد عرض واليس بعد ذلك في العام ١٥٩٤ برهانا لنصير الدين الطوسي مستوحى من مؤلفاته وقد كان هذا البرهان قريبا من برهان عمر الخيام ولكنه استعمل الموضوعة الأساسيّة التالية:

" اذا مال مستقيمان، أحدهما بالنسبة للآخر في اتجاه ما فانهما سيتابعان ميلهما وفي نفس الاتجاه"

تعتبر فكرة واليس عن التشابه الوحيدة الجديدة في هذه الفترة التي سبقت ساكيري.

ح- محاولات "الرواد" الأوروبيين الأوائل.

لقد وردت كلمة "رواد" في كتابات بيلترامي(Beltrami) في العام١٨٩٩ في ملحوظة عن " الرواد الذين سبقوا ليجاند ولوباتشيفسكي" وذلك اثر اكتشافه أعمالاً لساكيري(١٦٦٧ - ١٧٣٣) بقيت مجهولة طيلة مائة وخمسين عاما.

من الأكيد انه ينبغي لساكيري ولامبرت(١٧٢٨-١٧٧٧، Lambert) اللذين عاشا في الفترة المبينة أن يذهبا ابعد ممن سبقهم في الاقتراب من الهندسة الاإقليديّة. وبالفعل فانهما قد تمكنا من صياغة العديد من الأحكام القائمة في الهندسات الإقليديّة بدقة ملفتة للنظر، وذلك دون استعمال ظاهر أو باطن لموضوعات تتضمن المصادرة الخامسة أو تعادلها.

لقد أتت النتائج التي توصل إليها هذان الرياضيان بعيدة كل البعد عن إدراكهما الحسي الأمر الذي جعلهما يشكان بها. فمثلا، الاعتقاد الراسخ لساكيري بصدقيّة المصادرة الخامسة ، اضافة إلى تمسكه "الحسي" بهندسة إقليدس وبالأخص تصوره للمستقيم، جعله يكتب " إن فرضيّة الزاوية الحادة كاذبة بالمطلق لأنها متنافرة مع طبيعة الخط المستقيم" وذلك رغم انه قد تعذر عليه أن يعثر على تناقض في هذه الفرضيّة.

اما لامبرت الذي تناول فرضيّة الزاوية الحادة، استطاع ان يبرهن ان مساحة المثلث متناسبة مع الفارق الزاوي $(2\pi - \hat{A}_1 - \hat{A}_2 - \hat{A}_3)$، ومن هنا يستنتج انه يوجد مقياس مطلق للاطوال، كما هو موجود للزوايا. ولكن لامبرت كما ساكيري يعتبر الهندسة المدروسة في الرياضيات ما هي إلا نموذج للفضاء الفيزيائي. وهكذا فإنّه يرتكز إلى مقولة عدم وجود مقياس مطلق للفضاء الفيزيائي لكي يدحض فرضيّة الزاوية الحادة وذلك دون أن يصادف أي تناقض داخلي ناتج عن هذه الفرضيّة.

ولكن لامبرت أدرك أن منظومة معينة غير متناقضة من الموضوعات كفيلة بخلق هندسة مختلفة عن هندسة الفضاء الفيزيائي. وقد صاغ المبرهنة التالية التي تمكن بلترامي من إثباتها سنة ١٨٦٨ :

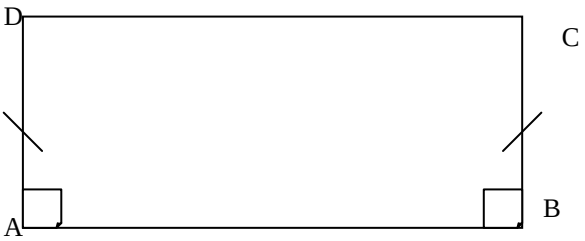
ان هندسة الزاوية الحادة هي هندسة على الكرة التي تمتلك نصف قطر مساوٍ لِـ i (الوحدة التخيليّة)

www.alukah.net إهداء من شبكة الألوكة

اما ليجاندر(Legendre ١٧٩٤-١٨٢٣) فقد حاول في مطلع القرن التاسع عشر أن يبرهن المصادرة الخامسة، ومؤلفاته تحتوي على العديد من هذه البراهين غير الدقيقة بالطبع.

محاولات ساكيري[١] (١٦٦٧-١٧٣٣):

لقد درس ساكيري إشكاليّة المتوازيات في مؤلفه المعنون :"إقليدس منقح من كل الشوائب(Euclide lavé de toutes taches-1733)". يفترض ساكيري أن أول ثمانية وعشرين حكما من الأصول صحيحة ومن ثم يأخذ رباعي أضلاع عمر الخيام وكما سبق وذكرنا، هو رباعي أضلاع ABCD حيث الجانبان [BC] و [AD] عموديان على [AB] ومتساويان فيما بينهما. وذلك كله دون استنباط رباعي الأضلاع المذكور أو الإشارة إلى مصدره.



يبرهن ساكيري تساوي الزاويتين C و D . ويطرح ثلاث فرضيات ممكنة

١- فرضيّة الزاوية الحادة : C = D وهي أقل من زاوية قائمة

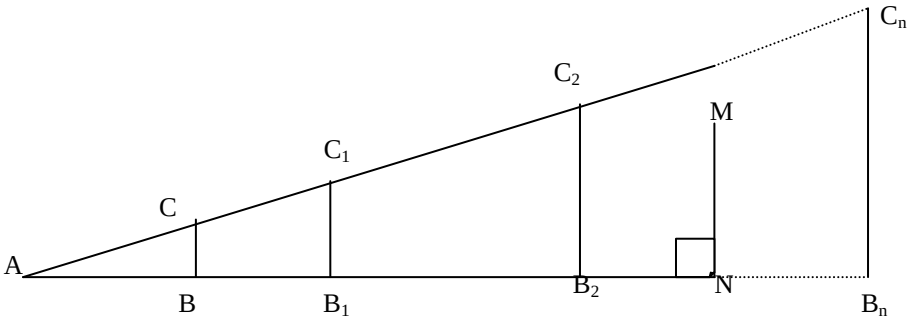
٢- فرضيّة الزاوية القائمة : C = D وهي تساوي زاوية قائمة

٣- - فرضيّة الزاوية المنفرجة : C = D وهي اكبر من زاوية قائمة

ومن ثم فإنه يبرهن انه إذا كانت إحدى فرضياته صادقة في رباعي أضلاع فإنها صادقة في أي رباعي أضلاع آخر. ومن ثم يحصل على النتائج التالية:

فرضيّة الزاوية المنفرجة

يبرهن ساكيري ما يلي: في حالة الزاوية المنفرجة وحالة الزاوية القائمة، المستقيم العمودي على مستقيم ما والمستقيم الذي يقطعه تحت زاوية حادة يلتقيان.



[١] تجدر الإشارة إلى إن نتائج لامبيرت(١٧٦٦) فيما يتعلق بالمصادرة الخامسة أتت مطابقة لنتائج ساكيري.

www.alukah.net إهداء من شبكة الألوكة

لنفرض ان (MN) و (AC) مستقيمين، الاول عمودي على المستقيم (AN) والثاني يشكل مع (AN) زاوية حادة . لنرسم على (AC) القطع

$AC_1 = 2\ AC,\ AC_2 = 2AC_1,\ldots$

ومن ثم الخطوط المستقيمة (CB)، $(C_1\ B_1)$، $(C_2\ B_2)$،... العموديّة على (AB). فنحصل على العلاقات:

$AB_1 = 2\ AC,\ AB_2 = 2AB_1,\ldots\ AB_n = 2^n\ AC$

وهذا يعني انه عندما يكبر العدد طبيعي بما فيه الكفاية ستصبح العلاقة التالية صحيحة:

$AB_n > AN$

ولكن المستقيم العمودي (MN) الذي يقطع الجانب (AB_n) من المثلث $AB_n\ C_n$ يجب أن يقطع أيضا وتر هذا المثلث ، فإذاً المستقيمان (MN) و (AC) يتقاطعان .

لقد وفرت هذه المبرهنة لسكيري إمكانيّة استبعاد فرضيّة الزاوية المنفرجة . وبالفعل فان النتيجة تؤدي إلى مصادرة إقليدس التي تعني أن الزاوية في رباعي أضلاع الخيام قائمة. يقول ساكيري بهذا الصدد : "إن فرضيّة الزاوية المنفرجة كاذبة بالمطلق لأنها تعدم نفسها بنفسها".

من الجدير بالملاحظة إن استبعاد فرضيّة الزاوية المنفرجة من قبل ساكيري انما يعادل استبعاد الهندسة الاهليلجيّة التي تم اكتشافها لاحقا في ابحاث ريمان. وهذا الامر بديهي لان ساكيري يستعمل في برهانه مصادرة اقليدس الثانية المتعلقة بامكانيّة مد المستقيم الى مالانهاية وهذا الامر كما هو معلوم غير ممكن في هندسة ريمان.

فرضيّة الزاوية الحادة

لقد تمكن ساكيري من استبعاد فرضيّة الزاوية المنفرجة ولم يبق عليه سوى استبعاد الفرضيّة الثانية أي فرضيّة الزاوية الحادة وبذلك يكون قد برهن مصادرة اقليدس الخامسة ولهذا الامر فانه يعود لاستعمال الشكل السابق : مستقيم عمودي ومستقيم مائل على نفس المستقيم لا يتقاطعان. لا يعود ساكيري في برهانه هنا الى الحدس الطبيعي وبالذات فانه لا يستعمل فرضيات مبطنة كما فعل السابقون ويبرهن في الحالة هذه إن أي مستقيمين يكونا :

١) اما متقاطعين
٢) اما عموديين على مستقيم مشترك
٣) اما مقاربين

وقد ورد هذا التصنيف نفسه عند لوباتشيفسكي لاحقاً. ومن الجدير بالذكر ان ساكيري قد انتبه الى ان استعمال الحدس بما يخص المستقيم العمودي المشترك لا يجوز ان يبنى على الاشكال الاقليديّة المتداولة وكنا بالنسبة لهذا الامر قد اشرنا سابقا الى فرضيّة الخيام المبطنة حول المستقيمات التي لا تتباعد من جهتين.

لقد ذهب ساكيري ابعد من ذلك في كشف بعض جوانب الهندسة الاإقليديّة (زائديّة القطع) وقد حدد بدقة التصنيف السابق وبين بضوئه نقاط ارتكاز نظريّة المتوازيات التي تبلورت لاحقا عند لوباتشيقسكي. لنفرض ان لدينا قطعة [AB]، يوجد زاوية BAX تعرّف الخصائص التالية :

www.alukah.net إهداء من شبكة الألوكة

١- المستقيم (AX) لا يقطع المستقيم العمودي (BC) على (AB).

٢- كل مستقيم مائل (AX') محصور في الزاوية BAX يقطع المستقيم العمودي (BC).

٣- كل مستقيم مائل (AX'') مكوّن لزاوية حادة اكبر من الزاوية BAX مع (AB) يملك مستقيما عموديا مشتركاً مع (BC)

لقد ارتكزت محاولة ساكيري على رباعي أضلاع استعمل بالأساس من قبل عمر الخيام ورباعي الأضلاع هذا يعرف بتاريخ الرياضيات باسم الخيام [4-7, 13] . كما أن محاولة ليجاندر مرتبطة بنتائج نصير الدين الطوسي.[4-7, 13]

لقد تمكن ليجاندر من أن يبرهن نظريّة نصير الدين الطوسي:

نظريّة:

إذا كان مجموع زوايا المثلث مساوٍ لزاويتين قائمتين فان مصادرة إقليدس الخامسة صحيحة.

ومن هنا نستنتج فورا أن الحكم «مجموع زوايا المثلث مساوٍ لزاويتين قائمتين»يعادل المصادرة الخامسة لأنه انطلاقا من المصادرة الخامسة نستطيع أن نبرهن إن مجموع زوايا المثلث مساوٍ لزاويتين قائمتين

نظريّة (نظريّة ساكيري-ليجاندر الاولى):

مجموع زوايا أي مثلثٍ لا يتعدى زاويتين قائمتين.

نظريّة (نظريّة ساكيري-ليجاندر الثانية):

إذا كان مجموع زوايا مثلثٍ ما مساوٍ لزاويتين قائمتين فان مجموع زوايا أي مثلثٍ آخر يساوي زاويتين قائمتين .

ومن هنا ينتج مباشرة انه إذا كان في مثلثٍ ما مجموع الزوايا اقل من زاويتين قائمتين فان مجموع الزوايا في أي مثلث آخر يكون أيضا اقل من زاويتين قائمتين.

غوس، بولاي ولوباتشوفسكي

يعتقد اغلب المؤرخين إن كارل غوس(١٧٧٧-١٨٥٥) كان أول إنسان ملك الجرأة الكافية لوضع فرضيّة وجود نُظم هندسيّة غير إقليديّة ويؤكد البعض ذلك مستندين إلى مجموعة من رسائل هذا العالم الكبير[3] التي وجهها إلى مجموعة من العلماء منهم بيسيل، شوماخير، بولاي وذلك ما بين العامين ١٧٩٩ و ١٨٤٤ . في إحدى الرسائل الموجهة الى تاورينوس بتاريخ ١٨٢٤ يطلب منه أن يحفظ السر بما يتعلق برأي كارل غوس الذي يسميه «هرطقي» ومن المعروف أيضا إن غوس قد كان شديد الاهتمام بمعرفة مجموع زوايا مثلثٍ حقيقي في إحدى التجارب آنذاك والسبب انه كان يطمح لمعرفة هندسة الكون الحقيقيّة. لقد تلقى غوس من يانوش بولاي(١٨٠٢-١٨٦٠) سنة ١٨٣٢ رسالة يعلمه فيها عن عثوره على هندسة غير اقليديّة جديدة وقد علم

www.alukah.net إهداء من شبكة الألوكة

غوس لاحقاً أن عالماً روسياً هو نيكولاي ايفانوفيتش لوباتشوفسكي(١٧٩٣-١٨٥٦)قد توصل إلى نفس النتائج في عام١٨٢٦. هل هي الصدفة ؟ وما هو التفسير في حال النفي؟

لقد توصل، كما أثبتت الدراسات ، غوس، بولاي ولوباتشوفسكي وبشكل مستقل عن بعضهم البعض إلى اكتشاف ما يسمى حالياً «الفضاء ثنائي الإبعاد ذو الانحناء السلبي الثابت».

لقد كان الهم الأساسي لمكتشفي هذه الهندسة الجديدة الوصول إلى فضاء ثنائي الأبعاد غير منته حيث تكون صحيحة كل مصادرات إقليدس ما عدا المصادرة الخامسة. **من المعروف حاليا انه يوجد فضاء واحد فقط لا غير بهذه المواصفات[4-7, 10] وهنا يكمن سر اكتشاف نفس الكائن الرياضي في نفس الوقت تقريبا وبشكل مستقل.**

من المعروف أيضا انه من المستحيل تمثيل الفضاء ثنائي الأبعاد ذو الانحناء السلبي الثابت كسطح في الفضاء الاقليدي ثلاثي الأبعاد [4-7, 10] وهنا أيضا نستطيع الاستفادة من هذا الأمر لتفسير ظاهرة أخرى: هنا يكمن سر الفترة الطويلة في البحث عن حل لمعضلة المصادرة الخامسة، فالنماذج التي تم التعاطي معها على مر العصور كانت تتمثل في الفضاء الاقليدي ثلاثي الأبعاد !.

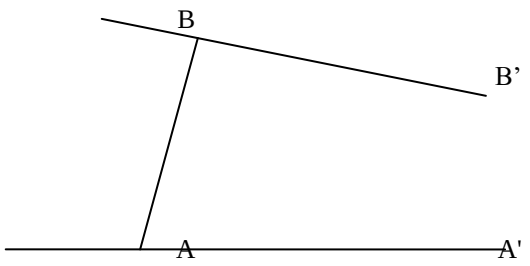
لمحة عن هندسة لوباتشوفسكي:

تبنى هذه الهندسة كنظيرتها هندسة إقليدس كمنظومة موضوعاتيّة ولكن هذه المنظومة الموضوعاتيّة تختلف عن التركيبة الاقليديّة بما يلي: نستعيض عن المصادرة الخامسة بالمصادرة التالية سنسميها مصادرة المستقيمات المتوازية «من نقطة خارج المستقيم يمكن مد مستقيمين موازيين له». انطلاقا من هذه المصادرة خطوة خطوة يجري استنتاج كافة خصائص الهندسة الجديدة. وبالنسبة للخطوط المتوازية فإننا نعتبر الخطان 'AA و 'BB متوازيين إذا :

١- وُجدا في نفس المسطح

٢- 'AA و 'BB لا يتقاطعا

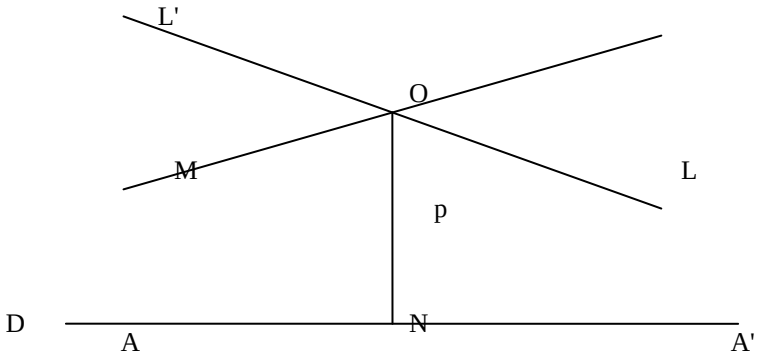
٣-إذا مدينا داخل الزاوية 'ABB مستقيما من النقطة B فانه حتما يقطع المستقيم 'AA



رسم (٢)

www.alukah.net إهداء من شبكة الألوكة

أما المصادرة الجديدة فهي تؤكد ما يلي: من نقطة O خارج مستقيم D يمكن مد مستقيمين OL و OM موازيين ل D



لنمد من النقطة O مستقيما ON عاموديا على الخط D (يمكننا أن نفعل ذلك دون الرجوع إلى المصادرة عن المستقيمات المتوازية). إذا وضعنا ON = p فان قيمة الزاوية NOL تصبح متعلقة بقيمة p. تسمى هذه الزاوية زاوية التوازي ويعبرون عنها بالرمز π(p) . الدالة π(p) تتغير بشكل متصل تبعا لتغير قيمة p . إذا اقتربت p من اللانهاية فان π(p) تقترب من الصفر وإذا اقتربت p من الصفر فان π(p) تقترب من الزاوية القائمة. وتبقى π(p) دائما اقل من الزاوية القائمة. يقسم المستقيمان OL وَ OM الموازيانِ لِ D مجموعة المستقيمات التي تمر في النقطة O إلى مجموعتين، الأولى مؤلفة من المستقيمات التي تقطع المستقيم D = AA' وأما الثانية فتحتوي على المستقيمات التي لا تتقاطع مع D .يستطيع من يهتم للأمر أن يجد التفاصيل عن هندسة لوباتشوفسكي في[11].

هل هندسة لوباتشوفسكي موجودة بالفعل وما أدرانا فقد تكون متناقضة. الجواب معروف فقد استطاع فيليكس كلاين (١٨٤٩-١٩٢٥) سنة ١٨٧٠ من إيجاد نموذج تحليلي لهندسة لوباتشوفسكي بواسطة الأعداد الحقيقيّة الأمر الذي يعتبر إثباتا لعدم تناقضها وبالتالي وجودها الحقيقي[12] .

المراجع

[١] *Lobatchevsky N..Recherches géométriques en théorie des lignes parallèles. Œuvres complètes. T.1, Moscou-Leningrad 1946 (en russe).*

[٢] *Riemann B. Sur les hypothèses qui servent de fondement à la géométrie(1854). Œuvres complètes.*

[٣] *Weinberg Steven. Gravitation and Cosmology. London, N.Y.1972.*

[٤] *Atanassian L.C. Géométrie T.2. Moscou 1976 (en russe).*

[٥] *Bazilov V. Géométrie T.2. Moscou 1975 (en russe).*

[٦] *Pogorelov A. fondement de géométrie. Moscou 1968 (en russe).*

[٧] *Kagan V. fondement de géométrie.tome1, Moscou-Leningrad 1949 (en russe).*

[٨] *Hilbert D. Les fondements de la géométrie. Dunod – 1971.*

www.alukah.net إهداء من شبكة الألوكة

[٩] *Artin E. Algèbre géométrique. Gautier Villars – 1972.*

[١٠] *Joseph A.Wolf. Spaces of constant curvature. Berkley, 1972.*

[١١] *Efimov N. Géométrie supérieure. Editions de Moscou, 1981.*

[١٢] *Klein F. Math.Ann.4, 574 (1871); 6, 112(1873); 37, 544(1890).*

[١٣] **موسوعة تاريخ العلوم العربيّة، الجزء الثاني. مركز دراسات الوحدة العربيّة، بيروت ١٩٩٧.**

www.alukah.net إهداء من شبكة الألوكة

Mohamad Youssef AL-HOUJAIRI **Tripoli-Liban, le 30/ 03/ 2016**

Titres Scientifiques :

1- Doctor of philosophy (Ph.D) in physics and mathematics». Spécialité : logique mathématique, algèbre et théorie des nombres, Académie Soviétique des Sciences (Section de Moldavie), 1987.

2- Docteur d'épistémologie d'histoire des sciences et de techniques. Paris 7, France, 2005.

Titres administratives :

1- Maître des Conférences – Département: Tronc Commun, Faculté de Génie, Université Libanaise, Tripoli – Liban.

2- Secrétaire de la Société Libanaise d'Histoire des Sciences.

3- Coordinateur scientifique de *l'Équipe d'Étude et de Recherche sur la tradition scientifique arabe (ERTSA)* – Équipe associée au CNRS-Liban.

Tel.: 00-961-6-205 192 ; 00- 961-3-70 40 68, Télécopie: 00-961 6 385 089.

E-mail: houjairi@hotmail.com

CURRICULUM VITAE

ÉTAT CIVIL ET FONCTION ACTUELLE

Nom	: AL-HOUJAIRI
Prénom	: Mohamad
Date de naissance	: 08/03/1956
Lieu de naissance	: ʿArsal, Caza Baalbeck, Liban
Nationalité	: Libanais
État civil	: Marié, 4 enfants
Adresse personnelle	: Tripoli – Liban-Nord, Rue Al-Miten, Imm. «Centre du Stade public», 1er étage.
Tél. (personnels)	: 00-961-3-70 40 68 & 00-961-6- 205 192
Télécopie	: 00-961-6-385-089
E-mail	: houjairi@hotmail.com
Fonction actuelle	: Maître des Conférences
Établissement	: Université Libanaise – Faculté de Génie1 – Tripoli, Liban-Nord.
Tél.	:00-961-6-385 088 ; Télécopie : 00-961-6-385 089

EXPÉRIENCE DANS L'ENSEIGNEMENT UNIVERSITAIRE

•De septembre 1988 jusqu'au septembre 1999 : contractuel à plein temps à l'Université Libanaise – Faculté de Génie 1 – Tripoli, Liban-Nord.

① Cours enseignés à la Faculté de Génie -1: Analyse mathématique I (1988-2014) ; Analyse mathématique II (1988-2014) ; Analyse mathématique III (1988-1994, 2008) ; Analyse mathématique IV (1988-1994, 2008) ; Géométrie différentielle (1988-2014) ; Algèbre I (1994-1995) et Algèbre II (1993-1994) ; Probabilités et statistiques (1989-1991).

② Cours enseignés à la Faculté des Sciences III: Algèbre structurelle ; Analyse mathématique (1989-1990).

③ Cours enseignés à l'Université Libanaise - Faculté des Lettres III – Section de philosophie: Introduction à la logique (1990-1992).

www.alukah.net إهداء من شبكة الألوكة

④ Cours enseignés à l'Université Libanaise - Faculté de Droit et des Sciences Politiques et Administratives III: Statistique descriptive (1996-1997).

•Depuis septembre 1999 jusqu'à présent: Maître de conférences, cadré à la Faculté de Génie 1 de l'Université Libanaise.

TITRES UNIVERSITAIRES

① De 1976 à 1982 : diplôme «Master of Science in Physics and Mathematics» de spécialité «Mathématiques» avec mention «excellent», Université de l'Amitié des Peuples, Moscou, U.R.S.S.

② En 1982 : Qualification de «Professeur des Mathématiques dans les écoles supérieures et secondaires» Université de l'Amitié des Peuples, Moscou, U.R.S.S.

③ De 1982 à 1987 : diplôme «DOCTOR OF PHILOSOPHY (Ph.D) IN PHYSICS AND MATHEMATICS», de spécialité : Logique mathématique, algèbre et théorie des nombres, Académie Soviétique des Sciences (Section de Moldavie).

Titre de la thèse: «ALGÈBRES DE BOL DES COUPLES INVOLUTIFS DE RANG 1»

④ En 2005 (le 22 juin) soutenance d'une deuxième thèse doctorale -Université Paris 7-Denis Diderot-. Version de diplôme : DOCTORAT DE PARIS 7 - Épistémologie, Histoire des Sciences et Techniques. Titre des travaux : L'Encyclopédie d'Ibn Hūd : Les commentaires d'Ibn Hūd de Saragosse (XI^{e} siècle) des *Sphériques* de Théodose et de Ménélaüs. Direction de Roshdi Rashed. Mention : très honorable avec félicitations du jury.

PUBLICATTIONS SCIENTIFIQUES

A) <u>ARTICLES SCIENTIFIQUES</u>

1. *Algèbres de Bol, associées aux couples symétrique so(n+1)/so(n). Collection "Matériaux de la 7ème conférence des jeunes savants". Issue de 12 juillet 1984 ; pp. 16-18. Institut de l'information scientifique et technique de l'U.R.S.S. (en russe).*

2 *Les algèbres de Bol, associées aux espaces de courbure constante. Journal: "Problèmes des tissus et des quasi-groupes". Issue de 1985 ; pp. 20-25. Édition de l'Université de Kalinin. (en russe).*

3 *Algèbres de Bol, associées aux couples symétriques su(n+1)/s(u(n) ⊕ u(1)). Collection "Travaux de la 8ème conférence des jeunes savants". Série Math. Ph. Ch. Issue du 25 mai 1985 ; pp. 179 -182. Institut de l'information scientifique et technique de l'U.R.S.S (en russe)*

4 *Algèbres de Bol, associées aux couples symétriques sp(n+1)/sp(n) ⊕ sp(1).Collection "Travaux de la 9ème conférence des jeunes savants". Série Math. Ph Ch. Issue du 25/9/86 ; pp.9-11. Institut de l'information scientifique et technique de l'URSS (en russe)*

5 *Algèbres de Bol, associées aux couples involutives su(n+1)/s(u(n) ⊕ u(1)), sp(n+1)/sp(n) ⊕ sp(1), f_4/so(9). Journal " Tissus et quasi-groupes. Université d'État de Kalinin. Issue de 1987 ; pp 10-13. (en russe)*

6 *AL-HOUJAIRI Mohamad, FARÈS Nicolas. Classification des systèmes triples de Lie de dimension 3 sur le corps $\mathbb{C}$. Journal Scientifique Libanais, vol.4, N 1, 2003, pp.129-137.*

www.alukah.net إهداء من شبكة الألوكة

7 *AL-HOUJAIRI Mohamad, Système numérique de la mécanique déterministe, Journal Scientifique Libanais, vol.4, N 2, 2003, pp.87-93.*

8 *AL-HOUJAIRI Mohamad, Les géométries non euclidiennes et le cinquième postulat. Dans le Livre Recherches sur la tradition scientifique arabe; actes de la «Rencontre Syro-libanaise de Recherche sur la tradition scientifique arabe». Publication de l'Université Libanaise, section des études historiques, XLVI, Beyrouth, 2004 (en arabe)*

9 *AL-HOUJAIRI Mohammed, Déterminisme et conventionnalisme dans la construction des systèmes numériques. Dans le livre « De Bagdad à Paris, Hommage à Roshdi Rashed », édité sous la direction de Régis Morelon et Ahmad Hasnaoui, Paris 2006, Institut du Monde Arabe.*

10 *AL-HOUJAIRI Mohamad, Sur quelques théorèmes sphériques dans le livre d'al-Istikmāl d'Ibn Hūd. Dans le livre « L'histoire des sciences arabes, Interaction scientifique des cultures », Beyrouth - Liban 2007.*

11 *Roshdi Rashed et Mohamad Al-Houjairi, "Sur un théorème de géométrie sphérique: Théodose, Ménélaüs, Ibn 'Irāq et Ibn Hūd", Arabic Sciences and Philosophy, vol. 20, N° 2, 2010, p. 207-253.*

12 *M. Bernard, N. Moubayed, M. Al-Houjairi, "A Survey on the periodic Hyperbolic Functions". A.M.S.E. Advances in Modelling & Analysis, A Mathematical, 2011 – Vol. 48, N° 2, pp 15-26.*

13 *Mohamad Al-Houjairi,* "Sur les commentaires des théorèmes III-1 ET III-22 de Ménélaüs dans al-*Istikmāl* d'Ibn Hūd". Actas de la Academia Nacional de Ciencias, Cordoba - Republica Argentina, 2012, tomo xv, pp 11-25.

14 *Mohamad Al-Houjairi,* "Sur l'histoire du cinquième postulat d'Euclide". J. Handassa, Order of engineers & architects of Tripoli – scientific comittee. July, 2012, pp. 38-47. (En français).

15 *Mohamad Al-Houjairi,* "L'algèbre d'al-Khawarizmi comme exemple de formation des théories mathématiques". J. Handassa, Order of engineers & architects of Tripoli – scientific comittee. July, 2013, pp. 24-27. (En arabe).

16 *Mohamad Al-Houjairi,* "Sur le théorème de Ménélaüs et ses applications dans les *Sphériques* de *l'Istikmāl* d'Ibn Hūd". Dans le livre : Circulation des savoirs autour de la Méditerranée. Firenze, Edizioni Cadmo, 2013, pp. 43-86.

17 *Mohamad Al-Houjairi* and *Bassam El-Eter,* "Identification of monoparametric families of a remarkable complex Bol algebra class, generated by the symmetric space $g_2/so4$" *AMSE Journals –2014-Series: Advances A; Vol. 51; N° 1; pp 59-79.*

www.alukah.net إهداء من شبكة الألوكة

B) LIVRES PUBLIÉS

1 *AL-HOUJAIRI M., «Analyse mathématique I. Fonctions réelles d'une seule variable. Recueil d'exercices et de problèmes avec rappel de cours». Tripoli - Liban, 1993. Éditions M.C.G. 175 pages; (en français)*

2 *AL-HOUJAIRI M., MOUKADDEM. N., «Analyse mathématique II. Fonctions de plusieurs variables réelles. Recueil d'exercices et de problèmes avec rappel de cours». Tripoli-Liban, 1994. Editions M.C.G. 415 pages; (en français).*

3 *AL-HOUJAIRI M., ZIADÉ M., «Les Bases de l'Analyse. Corps $\mathbb{R}$. Suites Numériques réelles». Tripoli-Liban, 1998. Editions M.C.G. 256 pages; (en français).*

4 *AL-HOUJAIRI M., EL-ETER B. Introduction à la théorie des probabilités. Cours et Exercices Résolus. Tripoli - Liban, 1999. Éditions DAR EL-CHIMAL. 420 pages; (en français).*

5 *AL-HOUJAIRI M., FARÈS N. Recherches sur la Tradition Scientifique Arabe. Actes de la "Rencontre Syro-Libanaise de Recherche sur Tradition Scientifique Arabe", Beyrouth, 20-21 janvier 2000. Publications de l'Univ. Libanaise, Section des études historiques XLVI, Beyrouth, 2004.*

C) RÉSUMÉS DES RECHERCHES

1) AL-HOUJAIRI Mohamad, FARÈS Nicolas. Classification des systèmes triples de Lie de dimension 3 sur le corps $\mathbb{C}$. Abstracts of «The 13th Science Meeting». Liban, November 2-3, 1999, pp.156 .

2) AL-HOUJAIRI Mohamad. «Histoire des géométries non euclidiennes et cinquième postulat d'Euclide». Rencontre Syro-Libanaise de Recherche sur le Patrimoine Scientifique Arabe, Beyrouth, 20 et 21 janvier 2000.

3) AL-HOUJAIRI Mohamad. «Déterminisme et conventionnalisme dans la construction des systèmes numériques». Colloque international, Damas, lundi 15 – mardi 16 mai 2000. Organisé par l'Institut français d'Études Arabes de Damas (IFEAD).

5) AL-HOUJAIRI Mohamad. «L'école scientifique de Sharaf aldeen al-toussi» «40th SCIENCE WEEK – Celebration of The Arab Scientist SHARAF ALDEEN AL-TOUSSI». Syria – Auditoria of The University of Tachreen, 4 – 9 November 2000.

6) AL-HOUJAIRI Mohamad. «Histoire des géométries non-euclidiennes et du cinquième postulat d'Euclide» Colloque international «Sciences et Philosophie arabes: méthodes, problèmes et cas ». Carthage, 28 novembre – 2 décembre 2000. Carthage, Beït Al-Hikma. Organisé par la Société internationale d'histoire des sciences et des philosophies arabes et islamiques (S.I.H.S.P.A.I.) et l'Académie tunisienne des sciences des lettres et des arts.

www.alukah.net إهداء من شبكة الألوكة

7)) AL-HOUJAIRI Mohamad. «Les racines des géométries non-euclidiennes et les essais de démonstration du cinquième postulat», Colloque annuel XXII sur l'histoire des sciences arabes, Alep 23-25 septembre 2001, Institut de patrimoine scientifique arabe.

8) AL-HOUJAIRI Mohamad « Sur quelques théorèmes de la géométrie sphérique du livre d'al-Istikmāl d'Ibn Hūd ». Colloque international « Les Sciences Arabes et La Modernité Classique en Europe, Damas, 2-4 novembre 2002 », Institut Supérieur des Sciences Appliquées et de Technologies - Barzé. Ambassade de France en Syrie – Service de Coopération et d'Action Culturelle.

9) AL-HOUJAIRI Mohamad « Sur quelques problèmes de la géométrie sphérique du livre d'al-Istikmāl d'Ibn Hūd ». Colloque « Fourth Conference : The Role of the Arab Moslem Science on the Western Scientific Achievements» Irbed - Jordanie 14-16 décembre 2002. Colloque organisé par la Société jordanienne d'histoire des sciences.

10) AL-HOUJAIRI Mohamad « Sur la géométrie sphérique dans le livre encyclopédique d'IBN HŪD» Colloque international « Identité culturelle des sciences et des philosophies arabes : auteurs, œuvres et transmissions», Namur-Bruxelles, 15-18 janvier 2003. Colloque organisé par l'Académie Royale des Sciences, des Lettres et des Beaux-arts de Belgique (Fondation Ochs-Lefebvre) et par la Société Internationale d'Histoire des Sciences et des Philosophies arabes et islamiques (SIHSPAI)

11) AL-HOUJAIRI Mohamad. «L'empreinte de Ménélaüs dans quelques théorèmes sphériques d'ibn Hūd (partie 1) », Colloque annuel XXIV sur l'histoire des sciences arabes, Alep 21-23 octobre 2003, Institut de patrimoine scientifique arabe.

12) AL-HOUJAIRI Mohamad, «L'empreinte de Ménélaüs dans quelques théorèmes sphériques d'ibn Hūd (partie 2)», Colloque ''Fifth Conference of Jordanian Society for the History of Science : « Abu Bakr Mohammad Ibn al-Hassan Al-Kraji »'', Amman – Jordan, 2 – 3 october 2004.

13) AL-HOUJAIRI Mohamad «Sur le théorème de Ménélaüs et ses applications dans les Sphériques de l'Istikmāl d'Ibn Hūd ». VII^{e} Colloque international de la «société internationale d'Histoire des Sciences et des Philosophies Arabes et Islamiques ». Florence, 16-18 février 2006, Facoltà di Scienza della Formazione, via del Parione 7.

14) AL-HOUJAIRI Mohamad. « Sur une proposition sphérique remarquable de l'Istikmāl d'Ibn Hūd » Colloque international « La Démonstration de l'antiquité à l'âge classique ». Paris, 3-6 juin 2008, Université Paris, U.F.R. de Philosophie.

15) AL-HOUJAIRI Mohamad. « Sur un problème d'extrema des *Sphériques* de Théodose d'après un texte de *l'Istikmāl d'Ibn Hūd* ». Colloque International« Histoire et Philosophie des mathématiques et disciplines associées en Méditerranée », Aix Marseille Université - Ceperc (UMR 7304), 4-6 novembre 2015.

www.alukah.net إهداء من شبكة الألوكة

LANGUES

- Arabe : langue maternelle
- Français : langue d'étude
- Russe : langue d'étude
- Anglais : niveau passable.

AUTRES ACTIVITÉS

1- Participation à la réforme des programmes de la Faculté de Génie de l'Université Libanaise.
2- Participation à la réforme des programmes de l'Enseignement Technique et Professionnel.
3- Membre de l'Équipe d'Étude et de Recherche sur la Tradition Scientifique. Coordinateur du comité scientifique de l'équipe.
4- Participation à l'École de C.I.M.P.A. (Centre International de Mathématiques Pure et Appliquée, Nice, France) qui a eu lieu en Égypte (du 23 janvier au 7 février 1999)
5- Membre de Comité Scientifique de la Rencontre Syro-Libanaise de Recherche sur le Patrimoine Scientifique Arabe (Beyrouth, 20 et 21 janvier 2000). Chargé officiellement de la rédaction et de l'édition du livre contenant les travaux scientifiques de la «Rencontre Syro-Libanaise de Recherche sur le Patrimoine Scientifique Arabe». Le livre *Recherches sur la tradition scientifique arabe* est édité (Publications de l'Université Libanaise, Section des études historiques, XLVI, Beyrouth 2004).
6- Participation à l'École d'Été d'Histoire des Sciences, intitulée. «La Transmissione Del Sapere Scientifico E Tecnico Dal Mediterraneo Antico All'Europa Moderna», organisée par CISST «Centro internazionale di Storia dello Spazio de Tempo» qui a eu lieu à l'Université de Padoue (Italie) du 11 au 17 septembre 2000.
7- Participation au «40th SCIENCE WEEK – Celebration of The Arab Scientist Sharaf Aldeen Al-Tusi». Syria – Auditoria of The University of Tachreen, 4 – 9 November 2000.
8- Participation au colloque «Sciences et Philosophie arabes: thèmes, problèmes et cas ». Carthage, 28 novembre – 2 décembre 2000.
9- Participation au colloque international « Identité culturelle des sciences et des philosophies arabes : auteurs, œuvres et transmissions», Namur-Bruxelles, 15-18 janvier 2003. Colloque organisé par l'Académie Royale des Sciences, des Lettres et des Beaux-arts de Belgique (Fondation Ochs-Lefebvre) et par la Société Internationale d'Histoire des Sciences et des Philosophies arabes et islamiques (SIHSPAI)
10- Participation au VII^{e} Colloque international de la «société internationale d'Histoire des Sciences et des Philosophies Arabes et Islamiques ». Florence, 16-18 février 2006, Facoltà di Scienza della Formazione, via del Parione 7.
11- Participation au Colloque international : « La Démonstration de l'antiquité à l'âge classique ». Paris, 3-6 juin 2008, Université Paris, U.F.R. de Philosophie. Titre de communication « Sur une proposition sphérique remarquable de *l'Istikmāl* d'Ibn Hūd »
12- Séjours scientifiques au CNRS français, UMR 7062 CNRS/EPHE V/Univ. Paris 7, Centre d'histoire des sciences et des philosophies arabes et médiévales, dans le cadre des travaux de recherche:
    - du 15 novembre 2000 au 14 janvier 2001
    - du 2 avril au 29 septembre 2001.
    - du 1er août au 30 septembre 2002

www.alukah.net إهداء من شبكة الألوكة

- du 1er juillet au 30 septembre 2003.
- du 1er juillet au 30 septembre 2004.
- du 13 janvier au 1er février 2005.
- du 06 jusqu'au 29 juin 2005 (soutenance d'une deuxième thèse doctorale)
- du 01 février 2008 au 07 mars 2008.
- du 15 mars 2008 au 08 juin 2008
- 16 septembre 2008 au 15 octobre 2008 (comme prof. invité par l'Université Paris Diderot - Paris 7, UFR Sciences du Vivant).

13- Direction en DEA Modélisation et calcul intensif. AUPELF – UREF, Université Libanaise, Université Saint – Joseph en partenariat avec : l'Université de Reims, l'Université de Rennes – IRISA et École Polytechnique Fédérale de Lausanne. Étudiant : Roukos El Hage. Projet : « Mise en œuvre de la géométrie de Lobatchevsky modélisée par le disque de Poincaré ». Décembre 2000.

14- Participation à l'École Internationale d'Été sur l'Histoire des Mathématiques, organisée par le Centre de Recherche HSM, Histoire des Sciences en Méditerranée « Centro di Ricerca sulla Storia del Pensiero Scientifico del Mediterraneo "Tommaso Cornelio » ; en collaboration avec le Département des Mathématiques de l'Université de la Calabria, le Département des Mathématiques de l'Université de Milan et le Centre d'Histoire des Sciences et des Philosophies Arabes et Médiévales (le C.N.R.S. – France et l'Université Paris-VII). L'École avait lieu à San Giovanni in Fiore, Centro Florens, en Calabria, Italie (27 août – 14 septembre 2007)

15- Codirection d'une thèse doctorale, dans le cadre d'une convention entre l'Université Libanaise et l'Université de Technologie de Troyes. Directeur de thèse : prof. Eric Chatelet; Thésard : Mazen El Falou ; Titre des travaux : Modèles de fiabilité et de maintenance de systèmes industriels prenant en compte les incertitudes des données. La soutenance de cette thèse avait lieu à la fin de 2010.

16- Traduction de la langue française en arabe du livre : Œuvre mathématique d'al-Sijzī; auteur : prof. R. Rashed ; Éditions Peeters, Louvain – Paris, 2004.

17- Participation à la formation de formateurs aux Technologie de l'information : *TRANSFER* – BEYROUTH, du 26 au 30 janvier 2009. L'atelier a été organisé par l'AUF et le CNRS-Liban.

18- Participation (comme chercheur invité) avec un discours au Séminaire « Sciences et philosophie, de l'antiquité à l'âge classique », (*Les Sphériques)* Université Paris 7 ; 13 juin 2009.

19- Participation à la troisième édition du Forum de Fès sur l'Alliance des civilisations et la diversité culturelle sous le thème : Médias et communication: Enjeux et défis du troisième Millénaire. Fès, les 15-16-17 novembre 2009.

20- Publication d'un article, sous le titre: "RECHERCHE ET ENSEIGNEMENT EN EUROPE", dans "Lettre du Bureau Moyen-Orient". Agence Universitaire de la Francophonie, numéro 55, mai 2010, cahier spécial: "Les sciences arabes", page 9.

21- Participation avec deux discours, à la "Deuxième École d'Histoire Conceptuelle des Mathématiques", Cordoba – Argentine, 23-27 novembre 2010.

22- Participation au 30ème congrès d'histoire des sciences arabes, à l'Institut d'Histoire des Sciences Arabes à Alep avec un discours: "Sur la valeur épistémologique due à la découverte du théorème des sinus dans la tradition arabe", Alep 5-7 décembre 2010.

23- Traduction de la langue française en arabe de deux volumes II (500 pages) et IV (900 pages) du livre encyclopédique: *Mathématiques infinitésimales* du IXème au XIème siècle; auteur : R. Rashed ; Éditions Al Furqan – Londres, 1993, 2002.

www.alukah.net إهداء من شبكة الألوكة

24- Participation (comme chercheur invité) avec un discours au « Séminaire d'histoire et de philosophie des mathématiques», (Sur la géométrie *sphériques dans la tradition arabe)* Université de Marseille-France; 18 mai 2011.

25- Participation avec deux discours, à la "Troisième École d'Histoire Conceptuelle des Mathématiques", Ubatuba – Sao Paulo, Brésil, 09-14 avril 2012.

26- Participation (comme chercheur invité) avec deux discours :

- 1er octobre 2013, 17h: « Déterminisme dans la construction des systèmes numériques», Salle FRUMAM, campus St Charles (Marseille).
- 17 octobre 2013, 17h: « Études sur le développement des sphériques de Théodose et de Ménélaüs dans la tradition géométrique arabe», MMSH (Aix en Provence), salle Duby.

27- Conférence sur le thème « la géométrie sphériques dans la tradition arabe », organisée par l*'Ordre d'ingénieurs de Tripoli et du Liban Nord,*16 janvier 2014.

28- Participation au Colloque International« Histoire et Philosophie des mathématiques et disciplines associées en Méditerranée », Aix Marseille Université - Ceperc (UMR 7304), 4-6 novembre 2015.Discours : « Sur un problème d'extrema des *Sphériques* de Théodose d'après un texte de l*'Istikmāl* d'Ibn Hūd ».

ORDINATEUR ET LOGICIELS

-Systèmes: MS-DOS, WINDOWS (WORD, EXCEL,…)

-Logiciels symboliques : Mathematica, Maple, ...

AUTRES INTÉRÊTS

Recherches scientifiques mathématiques; histoires des mathématiques et des sciences exactes; épistémologie et philosophie des sciences.